

Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение города  
Калининграда средняя общеобразовательная школа № 38  
им. В.М. Борисова

«СОГЛАСОВАНО»  
на заседании ПС  
протокол № 17  
от 30.08.2023 г.

«УТВЕРЖДЕНО»  
приказом директора  
по школе №428  
от 31.08.2023

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**  
элективного курса  
«Нестандартные методы решения уравнений,  
неравенств и их систем»  
для обучающихся 11 класса

Учитель: Щербинина О.В.

Калининград  
2023 год

## **Пояснительная записка.**

Данный элективный курс рассчитан на учащихся 11 класса и позволяет расширить знания по такому разделу математики как нестандартные методы решения уравнений, неравенств и систем уравнений и неравенств.

Основной задачей курса является знакомство учащихся с методами, дающими возможность решить уравнение или неравенство проще, чем с помощью стандартных методов, а иногда решить их в тех случаях, когда стандартные методы не дают такой возможности.

Имеется довольно много уравнений и неравенств, которые можно и нужно решать с использованием свойств функций, входящих в это уравнение или неравенство.

Это использование:

- 1) областей существования функций;
- 2) неотрицательности функций;
- 3) ограниченности функций;
- 4) монотонности функций,
- 5) свойств синуса, косинуса и др.

Кроме того рассмотрено использование «рассуждений с числовыми значениями» при решении уравнений и неравенств с переменной.

Данный курс дополняет систему приобретённых программных знаний, его цель систематизировать знания по основным видам уравнений и неравенств, способам их решений, способствовать развитию и совершенствованию практических навыков решения основных видов задач, а также предусматривает изучение нестандартных методов решения уравнений и неравенств.

### **Структура курса:**

Особенность элективного курса состоит в том, что для занятий по математике предлагаются небольшие фрагменты, относящиеся к различным разделам школьной математики.

Каждое занятие направлено на то, чтобы обобщить знания, расширить представление об изучаемом в основном курсе материале, познакомить учащихся с новыми идеями и методами решения задач.

Данный курс направлен на успешное завершение общеобразовательной подготовки обучающихся, поэтому по каждой предложенной теме содержит задания как базового, так и профильного уровней, а также обобщающие диагностические работы. Кроме этого, элективный курс предусматривает использование теоретических знаний по математике при решении нестандартных задач, где используются сразу несколько методов. Всё это способствует развитию логического мышления, закреплению изученного материала, имеет большое общеобразовательное значение, а главное, даёт возможность эффективно готовиться к предстоящему экзамену.

### **Цели данного курса:**

- оказание индивидуальной и систематической помощи выпускнику при повторении, обобщении и систематизации курса алгебры и подготовке к экзамену;
- создание целостного представления о теме и значительное расширение спектра задач, посильных для учащихся.

### **Задачи курса:**

- подготовить учащихся к экзаменам;

- акцентировать внимание учащихся на единых требованиях к правилам оформления различных видов заданий, включаемых в итоговую аттестацию ;
- дать ученику возможность проанализировать и раскрыть свои способности.

Для работы с учащимися применимы такие формы работы, как лекция, семинар, практические занятия. Помимо этих традиционных форм можно использовать также выступления с докладами, содержащими отчет о выполнении индивидуального или группового домашнего задания или с содокладами, дополняющими лекцию учителя. Предлагаемый курс является развитием системы ранее приобретенных программных знаний. Все свойства, входящие в элективный курс, и их доказательства не вызовут трудности у учащихся, т.к. не содержат громоздких выкладок, а каждое предыдущее готовит последующее. При направляющей роли учителя школьники могут самостоятельно сформулировать новые для них свойства и даже доказать их. Все должно располагать к самостоятельному поиску и повышать интерес к изучению предмета.

Организация на занятиях может несколько отличаться от урочной: ученику необходимо давать время на размышление, учить рассуждать, выдвигать гипотезы. В курсе заложена возможность дифференцированного обучения. При решении ряда задач необходимо рассмотреть несколько случаев. Одной группе учащихся полезно дать возможность самим открыть эти случаи. В другой - учитель может сузить требования и рассмотреть один из случаев.

Таким образом, программа применима для различных групп школьников.

### **Ожидаемый результат изучения курса:**

учащийся должен знать/понимать/:

- существо понятия алгоритма;
  - примеры алгоритмов;
  - как используются математические формулы, уравнения и неравенства;
  - примеры их применения для решения математических и практических задач;
  - как математически определенные функции могут описывать реальные зависимости;
  - приводить примеры такого описания;
  - значение математики как науки и значение математики в повседневной жизни, а также как прикладного инструмента в будущей профессиональной деятельности
  - решать задания, по типу приближенных к заданиям ЕГЭ
- иметь опыт** (в терминах компетентностей):
- работы в группе, как на занятиях, так и вне,
  - работы с информацией, в том числе и получаемой посредством Интернет.

### **Методические рекомендации по реализации программы:**

Основным дидактическим средством для предлагаемого курса являются тексты рассматриваемых типов задач, которые могут быть выбраны из разнообразных сборников, различных вариантов ЕГЭ или составлены самим учителем. Курс обеспечен раздаточным материалом, подготовленным на основе прилагаемого ниже списка литературы. Для более эффективной работы учащихся целесообразно в качестве дидактических средств использовать плакаты с опорными конспектами или медиа ресурсы.

## **СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ УЧЕБНОГО КУРСА**

### **1. Использование областей существования функций (3ч).**

Если при рассмотрении уравнения (неравенства) выясняется, что обе его части определены на множестве  $M$ , состоящем из одного или нескольких чисел, то нет

необходимости проводить какие-либо преобразования уравнения (неравенства); достаточно проверить, является или нет каждое из этих чисел решением этого уравнения (неравенства).

### 2. Использование неотрицательности функций (3ч).

Данный метод использует формулировку следующего утверждения:

если каждая из функций  $f_1(x), f_2(x), f_3(x), \dots, f_n(x)$  неотрицательна для каждого  $x$  из области её существования, то уравнение  $f_1(x) + f_2(x) + f_3(x) + \dots + f_n(x) = 0$  и неравенство  $f_1(x) + f_2(x) + f_3(x) + \dots + f_n(x) \leq 0$  равносильны системе уравнений 
$$\begin{cases} f_1(x) = 0 \\ f_2(x) = 0 \\ \dots \\ f_n(x) = 0 \end{cases}$$

### 3. Использование ограниченности функций (3ч).

Данный метод использует формулировку следующего утверждения: если  $f(x) \geq A$  и  $g(x) \leq A$  для любого  $x$  из множества  $D(f) \cap D(g)$ , где  $A$  – некоторое число, то уравнение  $f(x) = g(x)$  и неравенство  $f(x) \leq g(x)$  равносильны системе уравнений: 
$$\begin{cases} f(x) = A \\ g(x) = A \end{cases}$$

### 4. Использование свойств синуса и косинуса (3ч).

Данный метод при решении уравнений и неравенств продолжает использование ограниченности функций, но применительно к функциям  $y = \sin x$  и  $y = \cos x$ . Обращается внимание на применение способа «рассуждения с числовыми значениями», который уже знаком учащимся по доказательствам равносильности уравнений и неравенств.

### 5. Использование рассуждения с числовыми значениями при решении систем уравнений (3ч).

Использование этого метода рекомендуется тогда, когда стандартные методы оказываются неприменимы. Суть метода заключается в том, что сначала предполагается, что система, например с двумя переменными  $x$  и  $y$  имеет решение  $(x_0; y_0)$ , затем, подставляя  $x_0$  и  $y_0$  вместо  $x$  и  $y$  в уравнения системы, получают верные числовые равенства. Из которых находят ограничения на  $x_0$  и  $y_0$  или выражают одно из этих чисел через другое. Тем самым получают более простую систему, решением которой является эта пара. Таким образом, если пара чисел  $(x_0; y_0)$  – решение исходной системы, то эта пара является решением новой, более простой системы.

Обращается внимание учащихся на то, что такое рассуждение должно заканчиваться проверкой всех найденных решений подстановкой в исходную систему, так как исходной системе могут удовлетворять не все найденные пары. Пары, удовлетворяющие исходной системе, дают все её решения.

### 6. Использование монотонности и экстремумов функций (3ч).

Данный метод использует формулировку следующего утверждения:

Если функция  $f(x)$  возрастает, а функция  $g(x)$  убывает на множестве  $D(f) \cap D(g)$ , то уравнение  $f(x) = g(x)$  имеет не более одного корня.

### 7. Нестандартные методы решения систем уравнений (3ч).

Рассматриваются системы уравнений с несколькими неизвестными, где уравнения могут содержать корни, степени, логарифмы, тригонометрические функции. При решении систем уравнений с несколькими неизвестными часто бывает трудно следить за

равносильностью преобразований уравнений системы. В таких случаях помогают «рассуждения с числовыми значениями». При этом иногда используют такие же свойства ( неотрицательность, ограниченность и т.п.), как при решении уравнений с одним неизвестным нестандартными методами.

## 8. Уравнения, неравенства и системы с параметрами (8ч).

Основной принцип решения уравнения с параметром – необходимость разбить область изменения параметра на участки, такие, что при изменении параметра на каждом из них получающиеся уравнения можно решить одним и тем же методом. Используемые для этого приёмы в точности таковы, как и при решении уравнений с числовыми коэффициентами. Сложность задач с параметром заключается в том, что, как правило, вместе с изменением параметра меняются не только коэффициенты, но и ряд других характеристик, связанных с параметром. Это приводит к тому, что при разных значениях параметра приходится использовать различные методы решения. При решении неравенств с параметром используются те же соображения, что и при решении уравнений с параметром.

### КАЛЕНДАРНО - ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

спекурса по алгебре и началам анализа 11 класса

«Нестандартные методы решения уравнений, неравенств и их систем»

(1 час в неделю, всего - 34часов, )

№ п\п	Наименование темы	Количество часов	Дата
	<b>1. Использование свойств функций при решении уравнений и неравенств</b>	<b>18</b>	
1	Использование областей существования функций	3	
2	Использование неотрицательности функций	3	
3	Использование ограниченности функций	3	
4	Использование свойств синуса и косинуса	3	
5	Использование числовых неравенств	3	
6	Использование монотонности и экстремумов функции	3	
	<b>2. Системы уравнений с несколькими переменными</b>	<b>3</b>	
4	Нестандартные методы решения систем уравнений	3	
	<b>3. Уравнения, неравенства и системы с параметрами.</b>	<b>8</b>	
1	Уравнения с параметром	3	
2	Неравенства с параметром	3	
3	Системы с параметром	2	
	Урок обобщения и систематизации знаний	<b>1</b>	
	Решение задач	<b>4</b>	
	<b>Итого</b>	<b>34</b>	

Литература:

- 1). Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. Учебник для общеобразовательных учреждений. Базовый и профильный уровень.

Авторы: С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин.  
Москва. Просвещение. 2003.

- 2). Алгебра и начала математического анализа в 11 кл. Книга для учителя. М.К. Потапов, А.В. Шевкин. Н. Е. М.; «Просвещение», 2009.